1. Иреттелген алиппе усулу жардамында төмөнкү сүйлөмдөрдү коддо:
   а) ЭМНЕНИ ЭКСЕҢ, ОШОНУ ОРОСУҢ.
   б) КҮЧТҮҮ МАМЛЕКЕТТЕН КҮЧТҮҮ КООМДУ КАРАЙ.
   в) УЛУУ МАКСАТ ЖОЛУНДА АДАШПАЙЛЫ.
   г) АЗ БОЛСО ДА БИЛҮҮ ҮЧҮН КӨП ОКУУ ЗАРЫЛ.
   д) ОЙ ТОЛГОБОЙ ОКУУ ЖЕГЕН ТАМАГЫҢДЫ СИҢИРБЕГЕН МЕНЕН БИРДЕЙ.
2. Аралаш алиппе усулунан пайдаланып, берилген сүйлөмдөрдү коддо:
   а) ҮЛГҮСҮЗ ЭЧ НЕРСЕНИ ҮЙРӨНӨ АЛБАЙСЫҢ.
   б) КИТЕП – БИЛИМ БУЛАГЫ.
   в) КИТЕП БИЗДИН ДОСУБУЗ.
   г) КИТЕП ТЕКЧЕСИ – ИЛИМДИН КЫРМАНЫ.
   д) ИЛИМ СЫРЛАРЫНЫН КАЗНАСЫ – КИТЕП.
3. Үч адам "ооба" же "жок" деп добуш берсин. Эгерде "ооба" сөзү 1, "жок" сөзү 0 цифрасы менен коддолсо, анда добуш берүүнүн бардык натыйжаларын жаз.
4. "АТА МЕКЕН, МЕКТЕП" сөздөрү "101100000 111000110000100, 011000010110000001" сыяктуу коддолгон болсун, анда ар бир тамгага ылайыктуу кодду аныкта.
5. Алдыңкы көнүгүүдөгү сөздөрдүн белгилерине ылайык коддордун ордун алмаштырып, кайра коддо.

4-сабак. ЭСЕП СИСТЕМАЛАРЫ ЖӨНҮНДӨ

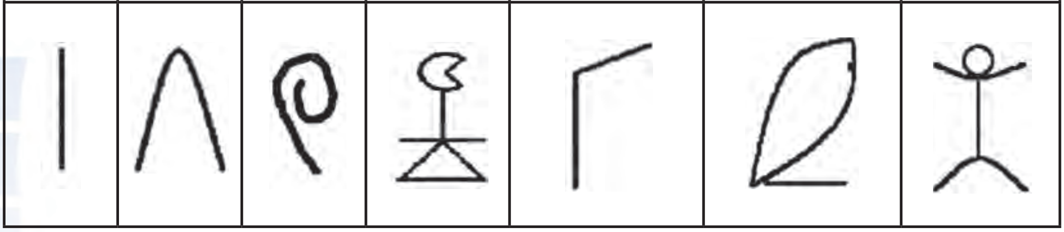
Азыркы күндө иштетилип келе жаткан 1, 2, 3, . . ., 9, 0 цифраларынан турган ондук эсептөө системасы маалыматты коддоонун дагы бир усулу саналат. Мекендешибиз Мухаммад ал-Харезмий 0 цифрасын киргизип, бул араб (туурасы, инди) цифраларынын сандагы ордуна байланыштуу түрдө амалдарды аткаруу тартибин жеке системага бириктирди. Ошондуктан бул коддоо ситемасы аркылуу кошуу, кемитүү, көбөйтүү жана бөлүү сыяктуу арифметикалык амалдарды аткаруу өтө оңой.

Тарыхый маалыматтар

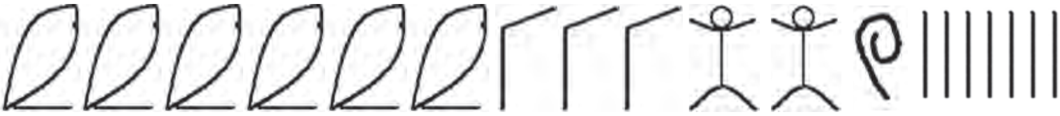
Адамдардын ортосундагы байланыш каражаты саналган тил сыяктуу сандардын да өзүнүн тили болуп, ал өзүнүн алфавитине ээ. Бул алиппе цифраларды жана сандарды туюнтуу үчүн колдонула турган белгилерден турат. Мисалы, күндөлүк турмушубузда колдонулуп жаткан араб цифралары: 1, 2, 3, . . ., 9, 0 же сага 5-класс математикасынан белгилүү болгон Рим цифралары I, II, V, X, L, C, M, H, . . ., ***сандар алфавитинин элементтери*** саналат.

Түрдүү доорлордо ар түрдүү элдер жана уруулар цифралар менен сандарды туюнтууда түрдүүчө белгилерден пайдаланып келишкен. Мисалы, байыркы Египеттин ондук эсептөө системасында сандар цифралардын бирикмеси көрүнүшүндө жазылган болуп, ар бир цифра удаалаш 9 жолудан көп кайталанбаган:

1	10	100	1000	10000	100000	1000000

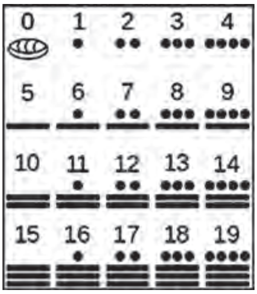


Мисалы, Египет ондук эсеп системасында 632107 саны төмөнкүчө жазылган:



Майя эсеп системасында 0 цифрасы жана дагы 19 цифра киргизилген. Майя эсеп системасы горизонталдык багытта эмес, вертикалдык багытта жазылган. Мисалы: $20=1 \cdot 20 + 0$, $32 = 1 \cdot 20 + 12$, $429 = 1 \cdot 20^2 + 1 \cdot 20 + 9$, $4805 = 12 \cdot 20^2 + 0 \cdot 20 + 5$.

Сандар	20	32	429	4805
3-разряд				
2-разряд				
1-разряд				



Илгери кээ бир элдер иштеткен сандар алфавити беш (байыркы Африка урууларында), он эки (мисалы, англистердин сандар алфавитинде), жыйырма (XVI–XVII кылымдарда Америка материгинде жашаган ацтек, майя урууларында; биздин заманга чейинки II кылымда Батыш Европада жашаган кельттерде; француздарда), кээ бирлери алтымыш (байыркы вавилондуктарда) белгини өз ичине алган. Алар тиешелүү түрдө **беш цифралуу** (кыскача бештик), **он**

эки цифралуу (он экилик), **жыйырма цифралуу** (жыйырмалык) **эсеп системасы** же **алтымыштык эсептөө системасы** деп аталат.

Сааттын алтымышка, ал эми сутканын он экиге эселүүлүгү, бир жылдын 12 айдан турушу, англис узундук чен бирдиги болгон 1 футтун 12 дюймга барабардыгы, французлардын 1 франкынын 20 суга барабардыгы түрдүүчө эсептөө системалары колдонулушунун натыйжасы саналат. Адам баласы ар бир системаны колдонгондо белгилүү каражаттардан да пайдаланган. Мисалы, он экилик эсептөө системасы үчүн каражат катары манжалардын муундарынан пайдаланган. Биз күндөлүк турмушузда иштетип жаткан сандар алфавити он араб цифрасын өзүндө камтыган болуп, анын келип чыгышында жана колдонулушунда табигый эсептөө каражаты болгон манжаларыбыз негизги орунду ээлейт.

Эсептөө системаларынын түрлөрү

Белгилүү болгондой, тамгалардан турган алиппени колдоодо белгилүү мыйзам жана эрежелерге баш ийилет. Сандуу алиппедеги белгилерден пайдаланганда өзүнө мүнөздүү эрежелерден пайдаланылат. Бул эрежелер ар түрдүү алиппелер үчүн түрдүүчө болуп, ошол алиппенин келип чыгыш тарыхы менен байланышкан. Өзүндө он цифраны камтыгандыгы үчүн бул алиппе өзүнүн бардык эрежелери менен биргеликте ***он цифралуу эсептөө системасы*** же кыскача кылып айтканда ***ондук эсептөө системасы*** деп аталат.

Сандар системасындагы цифралардын санына ошол ***системанын негизи (кубаттуулугу)*** дейилет.

Сандар алфавитине киргизилген (бир орундуу) белгилер ***цифралар*** жана алардын жардамында алынган башка (көп орундуу) белгилер ***сандар*** деп аталат. Мисалы, ондук эсептөө системасында 5, 6, 8 – цифралар, бирок 568 – бул сан. Ондук эсептөө системасында бирдик, ондук, жүздүк, миңдик жана башкалардын ар бири он белгиден турган топторго бөлүнгөн: 0, 1, ... , 9; 0 , 1, ..., 9 даана 10; 0 , 1 , ..., 9 даана 100, ...

Ондук эсептөө системасында цифралар турган ордуна (**разрядына**) карай түрдүүчө сандарды билдирет. Мисалы: а) 999: 9 (тогуз) – бирдик; 90 (токсон) – ондук; 900 (тогуз жүз) – жүздүк; б) 1991: 1 (бир) – бирдик; 90 (токсон) – ондук; 900 (тогуз жүз) – жүздүк; 1 (миң) – миңдик.

Ошондуктан бул системанын ***цифралары өзүнүн позициясынан (ордунан) көз каранды болгон система*** деп да аталат.

Эсептөө системалары ушул касиети боюнча ***цифраларынын позициясынан көз каранды жана цифраларынын позициясынан көз каранды эмес*** (позициялуу жана позициялуу эмес) ***эсептөө системаларына***

бөлүнөт. Позициялуу болбогон эсептөө системасына рим эсептөө системасы мисал боло алат.

Сага белгилүү болгондой, позициялуу эсептөө системасы болгон ондук эсептөө системасында арифметикалык амалдарды аткаруу өтө оңой, ал эми позициялуу эмес эсептөө системасы болгон рим эсептөө системасында өтө кыйын. Ошондуктан да ата-бабаларыбыз цифралар менен сандарды анык бир фигуралар системасына келтирүү маселесине чоң маани беришкен.

Позициялуу эсептөө системалары

Позициялуу эсептөө системаларында сандын мааниси цифралардын сандык маанисинин санда ээлеген орду (мартабасы, позициясы, разряды)нан көз каранды түрдө, суммасынын негизинде алынат. Позициялуу эсеп системасында эсеп системасынын негизи цифралардын санына барабар болуп, цифранын сандык мааниси цифранын орду өзгөргөндө канча жолу өзгөрүшүн аныктайт.

Теориялык жактан алганда эсептөө системаларынын негизи 2 ден башталып, каалагандай болушу мүмкүн. Эсептөө системасынын негизи p болуп, p саны 10 дон ашпаса, анда цифра иретинде эсеп системасынын алфавитиндеги 0 дөн $(p-1)$ ге чейин болгон цифралар колдонулат. Эгерде p саны 10 дон чоң болсо, анда кошумча белгилер, адатта, латин тамгалары A тамгасынан баштап колдонулат.

Бардык позициялуу эсептөө системаларында терс эмес бүтүн сандар төмөнкү эрежелер негизинде алынат:

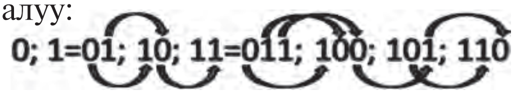
1) **цифраны жылдыруу** – цифраны эсеп системасынын алфавитинде өзүнөн кийин келген цифрага алмаштыруу, мисалы, ондук эсеп системасында 0 дү жылдырууда 1 ге, 1 ди жылдырууда 2 ге, 2 ни жылдырууда 3 кө жана ушул сыяктуу алмаштыруу;

2) **эң чоң цифраны жылдыруу** – эң чоң цифраны 0 гө алмаштыруу, мисалы, ондук эсеп системасындагы 9 ду 0 гө алмаштыруу.

Позициялуу эсеп системасында бүтүн сандар төмөнкү **эсептөө эрежесинин** негизинде алынат: *кийинки сан алдыңкы сандын оңдогу акыркы цифрасын жылдыруу аркылуу алынат, эгерде жылдырууда кандайдыр цифра 0 гө айланса, анда бул цифрадан солдо турган цифра жылдырылат, мында бүтүн сандын алдына жазылган 0 анын маанисине таасир этпестиги этибар алынат.*

Ушул мыйзамченемдүүлүктөн пайдаланып, бүтүн сандарды алууну көрүп чыгабыз.

2 лик эсеп системасында 0 жана 1 цифралары гана бар: 0; 1. Кийинки сандарды алуу:



Схемада цифраны жылдыруу төмөндөгү, ал эми эң чоң цифраны жылдыруу болсо жогорудагы жебелер аркылуу туюнтулган.

Эсте сакта: эң чоң цифра жылдырылганда гана андан солдогу цифра жылдырылат!

3 түк эсеп системасында 0, 1 жана 2 цифралары гана бар: 0; 1; 2. Кийинки сандарды алуу:

Төмөнкү жадыбалда негиздери чоңураак эсептөө системаларындагы сандар алынган:

4 түк	эсеп системасы	0	1	2	3	**10**	11	12	13	**20**	21	22	23	**30**	31	32	33	**100**
5 тик		0	1	2	3	4	**10**	11	12	13	14	**20**	21	22	23	24	**30**	31
6 лык		0	1	2	3	4	5	**10**	11	12	13	14	15	**20**	21	22	23	24
7 лик		0	1	2	3	4	5	6	**10**	11	12	13	14	15	16	**20**	21	22
8 дик		0	1	2	3	4	5	6	7	**10**	11	12	13	14	15	16	17	**20**
9 дук		0	1	2	3	4	5	6	7	8	**10**	11	12	13	14	15	16	17
10 дук		**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**
11 лик		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	**10**	11	12	13	14	15
12 лик		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	**10**	11	12	13	14
13 түк		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	**10**	11	12	13
14 түк		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	**10**	11	12
15 тик		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	**10**	11
16 лык		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	**10**

Жадыбалдан көрүнүп тургандай, түрдүү эсептөө системаларында окшош сандар бар экен. Ошол себептүү бул сандарды айырмалоо үчүн $\mathbf{10_2}$, $\mathbf{10_5}$, $\mathbf{10_{17}}$ сыяктуу белгилөө кабыл алынган. Жадыбалдан дагы төмөнкү тыянакка келүүгө болот: **ар кандай позициялуу эсеп системасынын негизи ошол эсеп системасында 10 санына барабар**.

Позициялуу эсеп системасында жазылган сандын индексинде эсеп системасынын негизи көрсөтүлөт, мисалы, 1963_{16}, 1001_2, 1001_4, ADA_{15}. Адатта, эгерде сан 10 дук эсеп системасында жазылган болсо, анда эсеп системасынын негизи көрсөтүлүшү милдеттүү эмес. Индексте көрсөтүлгөн эсеп системасы негизинин мааниси ар дайым 10 дук эсеп системасында деп түшүнүлөт.

Позициялуу эсеп системасында **сандарды жазуу**нун төмөнкү усулдарынан пайдаланууга болот:

1) **жыйнак** (жөнөкөй) көрүнүш – сандын цифралары разряды боюнча удаалаш жазылат:

$$\overline{a_k a_{k-1} \ldots a_0 \; a_{-1} a_{-2} \ldots a_{-n}}{}_p,$$

бул жерде a_k, a_{k-1},..., a_0, a_{-1}, a_{-2},..., a_{-n} – берилген санды түзүүчү цифралар, p – эсеп системасынын негизи (математикада сандын үстүнө сызык тартылышы сан цифраларынын мааниси ашкере эмес, башкача айтканда жалпы көрүнүштө берилгенде гана колдонулат), мисалы: 19501, 902_{10}, 210719, $63AA_{16}$;

2) **жайык** көрүнүш – сандын цифралары жана эсеп системасынын негизи цифралардын разряддарына ылайык даражаларына көбөйтүндүлөрүнүн суммасы көрүнүшүндө жазылат:

$$a_k \cdot p^k + a_{k-1} \cdot p^{k-1} + \ldots + a_1 \cdot p^1 + a_o \cdot p^0 + a_{-1} \cdot p^{-1} + a_{-2} \cdot p^{-2} + \ldots + a_{-n} \cdot p^{-n}$$

бул жерде a_k, a_{k-1},..., a_0, a_{-1}, a_{-2},..., a_{-n} – берилген санды түзүүчү цифралар, p – эсеп системасынын негизи, мисалы:

$19501{,}902_{10} = 1 \cdot 10000 + 9 \cdot 1000 + 5 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 1 + 9 : 10 + 0 : 100 + 2 : 1000 = 1 \cdot 10^4 + 9 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0 + 9 \cdot 10^{-1} + 0 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-3}$;

$210719{,}63AA_{16} = 2 \cdot 16^5 + 1 \cdot 16^4 + 0 \cdot 16^3 + 7 \cdot 16^2 + 1 \cdot 16^1 + 9 \cdot 16^0 + 6 \cdot 16^{-1} + 3 \cdot 16^{-2} + A \cdot 16^{-3} + A \cdot 16^{-4}$.

Адатта, жайык көрүнүштө 0 гө барабар мүчөлөр таштап жиберилип, **жөнөкөй жайык** көрүнүшкө келтирилет, мисалы, $100101_2 = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$ ордуна $100101_2 = 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^0$ жазылат.

Кыскача тарыхый маалымат

Абу Абдулла Мухаммад ибн Муса ал-Харезмий

Учурда бүткүл дүйнө кабыл алган 10 дук эсеп системасынын тарыхы жөнүндө ар түрдүү маалыматтар берилүүдө. Кээ бир окумуштуулар 10 дук эсеп системасын араб эли менен байланыштырса, кээ бир окумуштуулар арабдар индилерден алышкан, деп жазышат.

Бирок бардык окумуштуулар **10 дук эсеп системасы**н чындыгында жеткилең позициялуу эсеп системасы иретинде дүйнөгө таралышына себепчи болгон инсан иретинде залкар математик, астроном жана географ, VIII кылымдын аягы жана IX кылымдын биринчи жарымында жашап өткөн улуу ойчул, даанышман Абу Абдулла Мухаммад ибн Муса ал-Харезмийди таанышат. 783-жылы Харезмде төрөлгөн Муса ал-Харезмий баштапкы маалыматты жана түрдүү

багыттагы билимдерди негизинен өзүнүн мекени – ОРто Азиянын шаарларында жашаган окумуштуу жана ойчулдардан алган.

Ал-Харезмийдин калемине таандык 20 дан ашуун чыгармалардан ону гана бизге чейин жетип келген. Булар: "Ал-жабр вал-мукабала эсеби жөнүндө кыскача китеп" (алгебра); "Инди эсеби жөнүндө китеп" же "Кошуу жана кемитүү жөнүндө китеп" (арифметика); "Китаб сурат-ул-арз" (география); "Зиж", "Астурлаб менен иштөө жөнүндө китеп", "Астурлаб жасоо жөнүндө китеп", "Астурлаб жардамында азимутту аныктоо жөнүндө", "Китаб ар-рухама", "Китаб ат-тарих" (астрономияга тиешелүү китеп). Бул чыгармалардан төртөөсү араб тилинде, бирөөсү Ферганийнин чыгармаларында, экөөсү латинче котормодо сакталган жана калган үчөөсү алигиче табыла элек.

Ал-Харезмийге баштапкы дүйнөлүк атак-даңкты «**Хисоб ал-Хинд**» (Инди эсеби) чыгармасы алып келди. Чыгарма колдонмо арифметикага тиешелүү болуп, анда алгачкы жолу позициялуу ондук эсеп системасы өнүктүрүлдү. Анда ал-Харезмий тогуз инди цифрасынын сандарды туюнтууда оңойлугу жөнүндө түшүндүрүп, алар жардамында ар кандай санды кыска жана оңой жазууга болорун айтат. Айныкса, **нөл (0)дү иштетүүнүн маанисин**е басым жасайт: «Эгерде эч нерсе калбаса, мартаба бош калбастыгы үчүн тегерекче коюп кой; анткени ал жер бош калса, мартабалар азайып калат жана экинчиси биринчисинин ордуна кабыл алынат жана натыйжада сен өзүндүн санында жаңылышып каласың».

Өзүнүн чыгармасында ал-Харезмий 10 дук эсеп системасында (мамычалуу) кошуу, кемитүү, көбөйтүү жана бөлүү арифметикалык амалдарын аткаруунун толук эрежелерин баяндап, аларды ар түрдүү мисалдар менен бышыктаган. Чыгарма «ал-Харезмий айтат» сөздөрү менен башталган. 1120-жылы чыгарма латин тилине которулганда бул сөз латин тилинде «Dixit Algorizmi» сыяктуу туюнтулган. Белгилей кетчү жери, ошол котормонун негизинде **алгоритм** термини дүйнөгө таралды. Адамдар эрежелердин автору менен байланыштуу «ал-Харезмий айтат» сөзүн унутуп, эрежелер жөнүндө гана ойлошкон жана «алгоритм билдирет» сөзүн иштетишкен. Котормодон кийин ал-Харезмийдин чыгармасынан бардык Европа шаарларында **биринчи окуу китеби** иретинде пайдаланышкан.

1. Сандардын алфавит элементтери жөнүндө сүйлөп бер.
2. Эсептөө системасынын негизи, цифралар, сандар жөнүндө маалымат бер.
3. Илгери эмне үчүн 5 тик, 10 дук же 12 лик эсеп системасынан пайдаланылган?

4. Рим эсеп системасындагы MIM санынын ондук эсеп системасындагы маанисин аныктоо жараянын түшүндүр.
5. Позициялуу эсептөө системалары жөнүндө маалымат бер.
6. Эсептөө эрежеси негизинде 7 лик эсеп системасында 20 дан 30 га чейин болгон сандарды ал.
7. Позициялуу эсептөө системаларындагы сандын жыйнак жана жайык көрүнүшү ортосундагы байланышты мисалдар менен түшүндүр.
8. Мухаммад ал-Харезмийдин чыгармачылыгы жөнүндө сүйлөп бер.
9. Төмөнкү сандардын жайык көрүнүшүн жаз:

а) 12056725_8	б) 34718516_9	в) 51000020_6	г) $B572017_{15}$	д) 2301210763_{11}

1. Төрттүк эсеп системасындагы цифралар экилик эсеп системасы цифралары аркылуу **диада** усулунда төмөнкүчө коддолот:

4	0	1	2	3
2	00	01	10	11

A. Төрттүк эсеп системасындагы төмөнкү сандарды диада усулунда коддо:
а) 2301; б) 232301221; в) 1001010111; г) 100200030001.

B. Төрттүк эсеп системасындагы сандарды төмөнкү диада коддору негизинде декоддо:
а) 101101; б) 1001000101100000;
в) 100101011100; г) 111000001010.

2. Сегиздик эсеп системасындагы цифралар экилик эсеп системасынын цифралары аркылуу **триада** усулунда төмөнкүчө коддолот:

8	0	1	2	3	4	5	6	7
2	000	001	010	011	100	101	110	111

A. Сегиздик эсеп системасындагы төмөнкү сандарды триада усулунда коддо:
а) 2017; б) 776045456174; в) 1001010111; г) 1234567007.

B. Сегиздик эсеп системасындагы сандарды төмөнкү триада коддору негизинде декоддо:
а) 101101; б) 100100010110000;
в) 100101011100; г) 111000001010.

3. Он алтылык системадагы цифралар экилик эсеп системасынын цифралары аркылуу **тетрада** усулунда төмөнкүчө коддолот:

16	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111
16	8	9	A	B	C	D	E	F
2	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111

A. Он алтылык эсеп системасындагы төмөнкү сандарды тетрада усулунда коддо:
а) 2017; б) ADADADA; в) 1001010111; г) CAFE17.